ГЛАВА VI

ПРОСТЕЙШИЕ ФУНКЦИИ И ИХ ГРАФИКИ

§ 43. Вводное замечание

Тема «Функции и их графики» изучалась в 8-м классе средней школы. Поэтому в первых параграфах этой главы дается беглое повторение уже знакомого учащимся материала с некоторыми дополнениями. Содержание последних параграфов представляет новый материал.

§ 44. Основные понятия и определения

Определение 1. Величина называется *постоянной*, если в условиях данного исследования (наблюдения, эксперимента) она сохраняет одно и то же значение. Примеры постоянных величин: 1) период обращения Земли вокруг Солнца или вокруг своей оси, 2) ускорение силы тяжести g в данной точке земной поверхности, 3) сумма внутренних углов треугольника и т. д.

Определение 2. Величина называется *переменной*, если в данном исследовании или процессе она принимает различные значения.

Примеры: 1) расстояние, отделяющее парашютиста от поверхности Земли после того, как он выбросился из самолета; 2) угол зрения, под которым виден удаляющийся от наблюдателя предмет (самолет, человеческая фигура, танк и т. д.); 3) скорость истечения жидкости из сосуда через отверстие под изменяющимся давлением (напором); 4) температура воздуха в течение суток.

Одна и та же величина в одних условиях может оказаться постоянной, в других — переменной. Например, ускорение силы тяжести g будет переменной величиной, если ее измерять на различных широтах земной поверхности: на полюсе она больше, чем на экваторе (для Москвы $g = 9{,}81$ *м/сек*^{2}). Постоянные величины принято обозначать начальными буквами латинского алфавита: a, b, c, ..., переменные величины — через x, y, z, ...

В математике отвлекаются от физического смысла переменных величин, участвующих в том или другом процессе, а интересуются только их количественной стороной, т. е. числовыми значениями изменяющихся переменных величин. Это приводит к одному из важнейших понятий математики — понятию функции.

Определение 3. Переменная величина y называется *функцией* другой переменной x, если каждому допустимому значению x соответствует вполне определенное значение y. При этом x называют *аргументом* или *независимой переменной*, y — *зависимой переменной* или *функцией*. Говорят, что переменные величины x и y связаны между собой функциональной зависимостью, и записывают: $y = f(x)$ («игрек равняется эф от икс»). Здесь под буквой f подразумевается правило, по которому каждому рассматриваемому значению x ставится в соответствие определенное значение y; так, например, если $y = 3x^2$, то при символической записи этой функции в виде $y = f(x)$ под буквой f надо подразумевать две операции, производимые над аргументом x: возведение аргумента в квадрат и умножение полученного числа на 3.

Возвращаясь к рассмотренным примерам, теперь можно сказать, что:

1) расстояние, отделяющее парашютиста от поверхности Земли, есть функция времени падения;

2) угол, под которым видна цель из данной точки, есть функция расстояния до цели;

3) скорость истечения жидкости из сосуда есть функция высоты уровня жидкости.

§ 45. Допустимые значения аргумента

В определении функции были упомянуты допустимые значения аргумента x. Что подразумевать под допустимыми значениями x, выяснится из рассмотрения следующих двух примеров.

Пример 1. Выразить длину хорды AB полукруга радиуса R как функцию расстояния ее от центра круга (рис. 17). Если x — расстояние от центра круга O до хорды $AB = y$, то $y = 2\sqrt{R^2 - x^2}$. Ясно, что x может изменяться только в пределах от 0 до R, т. е. $0 \leqslant x \leqslant R$. Все числа, заключенные между нулем и длиной радиуса R, в данном случае и будут допустимыми значениями аргумента x.

Пример 2. Если рассматривается площадь квадрата как функция его стороны: $y = x^2$, где y — площадь квадрата, то здесь x может быть любым положительным действительным числом: $x > 0$.

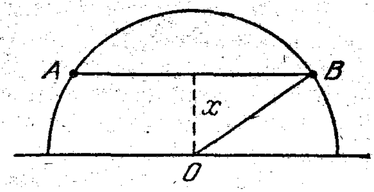

Рис. 17.

Пример 3. Функция $y = \frac{1}{x}$ определена для всех значений x, кроме нуля.

Пример 4. Функция $y = \frac{1}{\sqrt{x-2}}$ определена для $x > 2$.

Пример 5. Функция $y = \frac{|x|}{x}$ определена для всех значений x, кроме нуля.

§ 46. Графическое изображение функции

Для наглядного представления функциональной зависимости между двумя переменными величинами x и y поступают следующим образом:

1) составляют таблицу значений аргумента x и функции y;

2) каждую пару значений x и y принимают за координаты точки и строят эти точки в выбранной системе координат;

3) полученный ряд отдельных изолированных точек составляет как бы «скелет» некоторой кривой; это — опорные точки, через которые от руки или с помощью лекала проводят плавную линию, называемую *графиком данной функции*. Чем больше построено опорных точек, тем точнее может быть построен график.

Определение. *Графиком функции* $y = f(x)$ называется множество всех точек плоскости, координаты которых удовлетворяют уравнению $y = f(x)$.

Пример. Построить график функции $y = 0,5x^3 - 1$ на отрезке $[-3; 3]$.

Составляем таблицу значений:

x	-3	$-2{,}5$	-2	$-1{,}5$	-1
$y=0{,}5x^3-1$	$-14{,}5$	$-8{,}8$	-5	$-2{,}7$	$-1{,}5$
x	0	1	$1{,}5$	2	$2{,}5$	3
$y=0{,}5x^3-1$	-1	$-\frac{1}{2}$	$0{,}7$	3	$6{,}8$	$12{,}5$

Через полученные 11 точек проводим плавную кривую, называемую *кубической параболой* (рис. 18).

По графику можно прочесть следующие свойства функции:

1) Функция $y=0{,}5x^3-1$ *возрастает* на всем отрезке $[-3;\ 3]$, т. е. *большему значению аргумента из данного промежутка соответствует большее значение функции.* Так, например, двум значениям аргумента $x_1=-3$ и $x_2=-2$ соответствуют значения функции $y_1=-14{,}5$ и $y_2=-5$. Но $x_2>x_1$ и $y_2>y_1$, что означает возрастание y.

График возрастающей функции есть восходящая кривая, если точка движется по кривой в положительном направлении оси Ox.

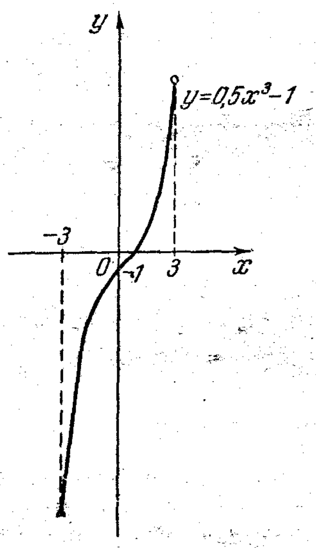

Рис. 18.

2) Наименьшее значение функция принимает на левом конце отрезка ($-14{,}5$), наибольшее значение — на правом конце ($12{,}5$).

3) Функция обращается в нуль при $x=\sqrt[3]{2}\approx 1{,}3$; число $\sqrt[3]{2}$ является корнем функции, и в этой точке график пересекает ось абсцисс.

4) При $x=0$ функция $y=-1$, т. е. график пересекает ось ординат в точке $(0;\ -1)$.

§ 47. Исследование функции

В предыдущем параграфе после построения графика функции $y = 0{,}5x^3 - 1$ были отмечены свойства этой функции. Эти свойства как бы «снимались» с графика.

Нельзя ли поступить наоборот, т. е. сначала установить свойства данной функции по ее аналитическому (т. е. заданному формулой) выражению, а потом на основе этих свойств построить график?

Оказывается, что в простейших случаях можно дать утвердительный ответ на поставленный вопрос.

Покажем на примерах, как на основе формулы, определяющей данную функцию, можно установить ее свойства.

Пример 1. Исследовать функцию $y = x^2 - 2x + 4$ и построить ее график.

Трехчлен $x^2 - 2x + 4$ можно представить в следующем виде: $x^2 - 2x + 1 + 3 = (x-1)^2 + 3$, т. е.

$$y = (x-1)^2 + 3.$$

Можем установить:

1) Функция y определена при любом действительном значении аргумента x, т. е. область определения функции — вся числовая ось *).

2) Все значения функции положительны, так как сумма $(x-1)^2 + 3 > 0$ при любом действительном x.

3) Наименьшее значение функции равно 3 и соответствует точке $x = 1$, в которой $(x-1)^2$ обращается в нуль; при всяком $x \neq 1$ выражение $(x-1)^2 > 0$, а потому сумма $(x-1)^2 + 3 > 3$ или $y > 3$.

4) Слева от точки $x = 1$ функция y убывает, т. е. *большему значению аргумента соответствует меньшее значение функции*; например, если $x_1 = -2$, $x_2 = -1$ $(x_2 > x_1)$, то

$$y_1 = (-2-1)^2 + 3 = 12, \quad y_2 = (-1-1)^2 + 3 = 7,$$

т. е. $y_2 < y_1$. Это и понятно: пока аргумент остается меньше единицы $(x < 1)$, выражение $(x-1)^2$ убывает с возрастанием x, так как большему отрицательному числу соответствует меньший квадрат, а потому убывает и функция

*) Областью определения функции называется совокупность всех допустимых значений аргумента этой функции.

$y=(x-1)^2+3$. Подобными рассуждениями можно убедиться и в том, что при $x>1$ $(x-1)^2$ возрастает одновременно с возрастанием x, следовательно, функция $y=(x-1)^2+3$ также возрастает.

б) На основании всего сказанного о функции $y=(x-1)^2+3$ ее график можно построить следующим образом:

построим точку $M(1; 3)$, в которой функция достигает наименьшего значения, и от точки M вправо и влево график функции должен уходить вверх, как показано на рис. 19.

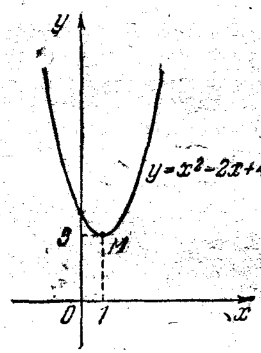

Рис. 19.

Пример 2. Исследовать функцию $y=\frac{2x}{1+x^2}$ и построить ее график.

1) Данная функция определена при любом действительном значении аргумента x.

2) Двум противоположным значениям аргумента x, например, $x=\pm 2$, соответствуют также два противоположных значения функции: в нашем случае $y=\pm\frac{4}{5}$.

Две точки типа $M_1\left(2; \frac{4}{5}\right)$ и $M_2\left(-2; -\frac{4}{5}\right)$ с противоположными координатами симметричны относительно начала координат, следовательно, график функции представляет кривую, симметричную относительно начала координат.

3) При $x=0$ функция $y=0$, т. е. график проходит через начало координат.

4) Функция $y=\frac{2x}{1+x^2}$ достигает наибольшего значения при $x=1$; это наибольшее значение равно $\frac{2\cdot 1}{1+1^2}=1$.

Действительно, из очевидного неравенства $(1-x^2)\geqslant 0$ следует, что $1+x^2-2x\geqslant 0$, или $2x\leqslant 1+x^2$; разделив обе части этого неравенства на положительное число $(1+x^2)$, получим

$$\frac{2x}{1+x^2}\leqslant 1,$$

причем равенство имеет место только при $x=1$, что соответствует наибольшему значению функции.

5) Из симметрии графика функции относительно начала координат следует, что в точке $x=-1$ функция $y=\frac{2x}{1+x^2}$ принимает наименьшее значение, равное -1.

6) Если числитель и знаменатель дроби $\frac{2x}{1+x^2}$ разделить на x, то получим $\frac{2}{\frac{1}{x}+x}$ или $y=\frac{2}{\frac{1}{x}+x}$.

При неограниченном возрастании аргумента x значения функции убывают и приближаются к нулю, так как дробь с постоянным числителем и возрастающим знаменателем может сделаться сколь угодно малой, что условно записывают так:

$$y \to 0 \quad \text{при} \quad x \to \infty.$$

7) Принимая во внимание все сказанное выше, график функции $y=\frac{2x}{1+x^2}$ должен иметь вид, показанный на рис 20.

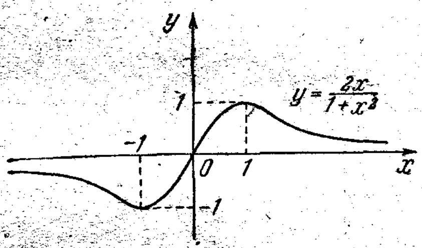

Рис. 20.

Рассуждения, с помощью которых мы устанавливали свойства данной функции по ее аналитическому выражению, составляют то, что принято называть **элементарным исследованием функции**. В результате такого исследования должны быть выявлены:

1) область определения данной функции;

2) корни данной функции, т. е. значения аргумента, обращающие функцию в нуль (если такие имеются);

3) наименьшее и наибольшее значения функции, если такие имеются;

4) промежутки возрастания и убывания функции;

5) поведение функции при неограниченном возрастании аргумента x;

6) график функции.

§ 48. Линейная функция

Определение. Функция вида $y=kx+b$ называется *линейной*. Название «линейная» происходит от того, что переменные x и y связаны между собой уравнением первой степени.

Примеры линейных функций:

1. Путь S, пройденный телом при равномерном движении, есть линейная функция времени t:

$$S = vt + S_0,$$

где v — скорость движущегося тела, S_0 — начальный путь, пройденный к моменту начала движения: $S = S_0$ при $t = 0$.

2. Длина пружины есть линейная функция растягивающей нагрузки (в пределах упругой деформации)

$$l = kp + l_0,$$

где l_0 — длина пружины без нагрузки, p — растягивающая сила, k — постоянное число для данной пружины, характеризующее ее жесткость.

Теорема. *График линейной функции $y = kx + b$ есть прямая линия, отсекающая на оси Oy отрезок $b = OM_0$ и наклоненная к положительному направлению оси Ox под углом φ, причем $k = \operatorname{tg} \varphi$.*

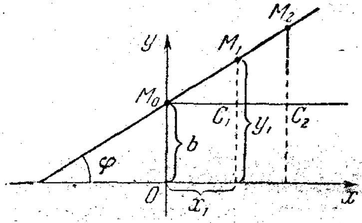

Рис. 21.

Доказательство. Теорема будет доказана, если мы убедимся в том, что любые три точки, координаты которых удовлетворяют уравнению

$$y = kx + b,$$

лежат на одной прямой.

Пусть одна из точек будет $M_0(0, b)$; остальные две точки обозначим $M_1(x_1; y_1)$ и $M_2(x_2; y_2)$ (рис. 21); тогда имеем три тождества:

$$b = k \cdot 0 + b, \quad y_1 = kx_1 + b, \quad y_2 = kx_2 + b.$$

Из второго равенства вычитаем первое, потом из третьего — первое, получим

$$y_1 - b = kx_1, \quad y_2 - b = kx_2,$$

откуда

$$\frac{y_1 - b}{x_1} = \frac{y_2 - b}{x_2} = k. \qquad (1)$$

Через точки M_0 и M_2 проведем прямую и продолжим ее до пересечения с осью Ox. Через точку M_0 проведем параллельную оси Ox прямую до пересечения с ординатами точек M_1 и M_2 в точках C_1 и C_2.

Тогда из пропорции $\frac{y_1-b}{x_1}=\frac{y_2-b}{x_2}$ следует, что прямоугольные треугольники $M_0C_1M_1$ и $M_0C_2M_2$ подобны, так как их сходственные катеты пропорциональны, а потому соответственные острые углы равны: $\angle M_1M_0C_1=\angle M_2M_0C_2$, а это значит, что точка M_1 лежит на прямой M_0M_2, т. е. все три точки M_0, M_1 и M_2 лежат на одной прямой.

Но $\frac{y_1-b}{x_1}=\operatorname{tg}\varphi$ (из прямоугольного треугольника $M_0C_1M_1$); с другой стороны, $\frac{y_1-b}{x_1}=k$, как это следует из равенств (1), а потому $k=\operatorname{tg}\varphi$ — тангенсу угла наклона прямой к положительному направлению оси Ox. Теорема доказана.

Определение. Тангенс угла наклона прямой к положительному направлению оси Ox называется *угловым коэффициентом* прямой. Таким образом, в формуле линейной функции $y=kx+b$ число k есть угловой коэффициент прямой, число b — *начальная ордината* или отрезок, отсекаемый на оси Oy.

Справедлива и обратная теорема: *всякая прямая, отсекающая на оси Oy отрезок, равный b, и наклоненная к оси Ox под углом φ, есть график линейной функции*

$$y=kx+b.$$

Доказательство. Пусть прямая M_0M отсекает на оси Oy отрезок b и наклонена к оси Ox под углом φ. Если $M(x, y)$ — произвольная точка прямой, то ее координаты удовлетворяют соотношению

$$\frac{y-b}{x}=\operatorname{tg}\varphi=k,$$

откуда

$$y=kx+b,$$

т. е. ордината прямой есть линейная функция абсциссы.

График линейной функции удобно строить по начальной ординате (b) и угловому коэффициенту (k).

Пример 1. Построить график функции $y=2x+3$.

Откладываем по оси Oy вверх от начала O отрезок $OB=3$. Через точку B проводим параллель оси Ox, при точке B строим вспомогательный треугольник BNC, вертикальный катет которого (NC) в два раза больше горизонтального катета (BN) (рис. 22). Через точки B и C проводим прямую, которая и есть график линейной функции $y=2x+3$.

Пример 2. Величина S есть линейная функция аргумента t. Известно, что

$$\text{при} \quad t_1=1 \quad S_1=5.$$
$$\text{при} \quad t_2=3 \quad S_2=8.$$

Найти зависимость между S и t.

По условию задачи

$$S=kt+b. \tag{1}$$

уравнению (1) должны удовлетворять пары чисел (1; 5) и (3; 8):

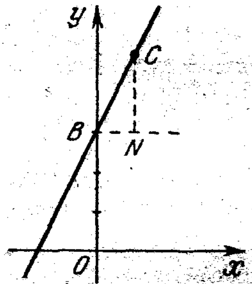

Рис. 22.

$$\begin{cases} 5=k\cdot 1+b, \\ 8=k\cdot 3+b. \end{cases}$$

Вычитая из второго равенства первое, находим последовательно

$$3=2k, \quad k=\frac{3}{2}, \quad b=\frac{7}{2}.$$

Следовательно,

$$S=\frac{3}{2}t+\frac{7}{2}.$$

Примечание. В частном случае, при $b=0$, линейная функция изобразится формулой $y=kx$. Этот частный случай называется *прямой пропорциональностью*. График прямой пропорциональности есть прямая, проходящая через начало координат.

§ 49. Обратная пропорциональность

Определение. Функциональная зависимость, заданная формулой

$$xy=k,$$

или

$$y=\frac{k}{x} \quad (x\neq 0),$$

называется *обратной пропорциональностью*. Число k называется *коэффициентом* обратной пропорциональности

Примеры. 1) Объем V данной массы газа и упругость P газа (давление) при постоянной температуре — обратно пропорциональные величины:

$$VP = C,$$

где C — газовая постоянная.

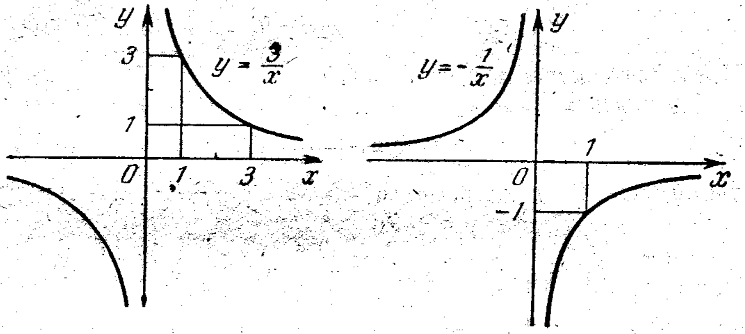

Рис. 23.

2) Диаметр обтачиваемого на станке вала и число оборотов станка в минуту — обратно пропорциональные величины при постоянной скорости резания, так как

$$n \cdot D = v.$$

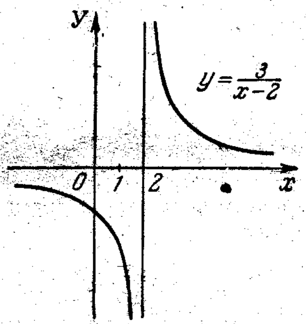

Рис. 24.

График обратной пропорциональности есть кривая, носящая название *равнобочной гиперболы*. На рис. 23 изображены графики обратной пропорциональности при $k = 3$ и $k = -1$.

График функции $y = \frac{3}{x-2}$ может быть получен из графика функции $y = \frac{3}{x}$ параллельным переносом его в направлении оси Ox на две единицы масштаба вправо, как это показано на рис. 24; следовательно, он также есть равнобочная гипербола.

Покажем, что график функции

$$y = \frac{2x+3}{x-2}$$

(*дробно-линейная функция*) есть также равнобочная гипербола. Заметим, что

$$\frac{2x+3}{x-2}=\frac{2x-4+7}{x-2}=2+\frac{7}{x-2},$$

т. е.

$$y=2+\frac{7}{x-2}.$$

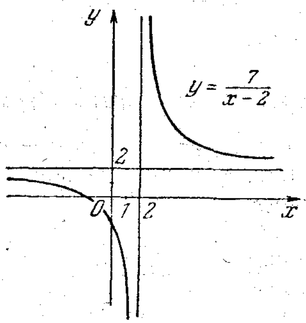

Рис. 25.

Строим сначала график функции $y=\frac{7}{x-2}$. Теперь все ординаты графика увеличиваем на две единицы каждую; это равносильно тому, что график функции $y=\frac{7}{x-2}$ перемещается параллельно самому себе вверх в направлении оси Oy на две единицы масштаба (рис. 25).

§ 50. Четная и нечетная функции

Определение 1. Функция $f(x)$ называется *четной*, если перемена знака у аргумента x не меняет значения функции, т. е. если $f(-x)=f(x)$. График четной функции симметричен относительно оси Oy (сравните § 47; см. рис. 26).

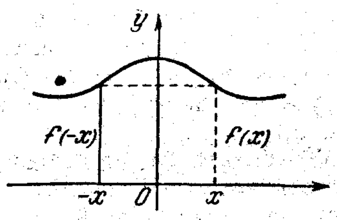

Рис. 26.

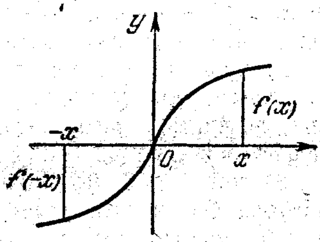

Рис. 27.

Определение 2. Функция называется *нечетной*, если перемена знака у аргумента изменяет только знак функции, не меняя ее абсолютной величины, т. е. если $f(-x)=-f(x)$.

График нечетной функции симметричен относительно начала координат (см. рис. 27).

Примеры: x^3+x — нечетная функция, так как

$$(-x^3)+(-x)=-(x^3+x);$$

x^2 — четная функция, так как $(-x)^2=x^2$.

§ 51. Степенная функция с натуральным показателем

Определение 1. Функция вида $y=ax^n$ называется *степенной*. Показатель степени n будем считать рациональным числом, коэффициент a — любым действительным числом.

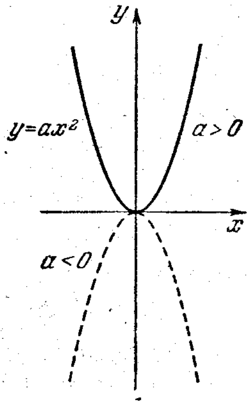

Рис. 28.

Частные случаи степенной функции нам уже встречались в предыдущих параграфах:

1) при $n=1$ $y=ax$ (прямая пропорциональность);

2) при $n=-1$ $y=\frac{a}{x}$ (обратная пропорциональность);

3) при $n=2$ $y=ax^2$ (квадратическая функция).

График функции $y=ax^2$ есть парабола (рис. 28). По этому графику можно прочесть следующие свойства параболы:

1) допустимыми значениями аргумента x являются все действительные числа; говорят еще, что функция определена на всей числовой оси;

2) функция — четная, т. е. обладает тем свойством, что замена аргумента x на $(-x)$ не меняет значения функции, вследствие чего график функции симметричен относительно оси Oy.

3) при $a>0$ функция ax^2 убывает на отрицательной полуоси Ox и возрастает на положительной полуоси; при $a<0$ функция ax^2 возрастает на отрицательной полуоси и убывает на положительной полуоси;

4) при $x=0$ функция обращается в нуль.

Отметим, что график квадратической функции общего вида $y=ax^2+bx+c$ может быть получен из графика $y=ax^2$ двумя параллельными переносами, что поясним на следующем примере.

Пример. Построить график функции

$$y=2x^2-4x+7.$$

Правую часть равенства можно представить в следующей форме:

$$y = 2(x-1)^2 + 5.$$

Если график функции $y = 2x^2$ перенесем параллельно самому себе в направлении оси Ox на 1 вправо, то ему будет соответствовать уравнение $y = 2(x-1)^2$; после того как вторично перенесем параболу $y = 2(x-1)^2$ параллельно самой себе в направлении оси Oy на 5 единиц вверх, получим $y = 2(x-1)^2 + 5$ (рис. 29).

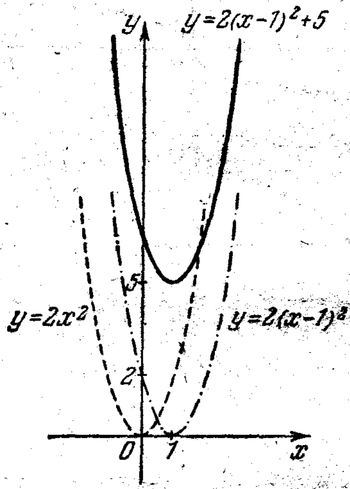

Рис. 29.

§ 52. Степенная функция с положительным дробным показателем

На рис. 30 изображены графики функций вида $y = ax^n$ при 1) $n = \frac{1}{2}$; 2) $n = \frac{1}{3}$; 3) $n = \frac{2}{3}$ $(a=1)$, или 1) $y = \sqrt{x}$; 2) $y = \sqrt[3]{x}$ и 3) $y = \sqrt[3]{x^2}$.

Из графиков можно выявить следующие их свойства.

1) Функция $y = \sqrt{x}$

а) определена для всех положительных значений x и нуля $(x \geqslant 0)$;

б) возрастает на всей полуоси;

в) обращается в нуль при $x = 0$.

2) Функция $y = \sqrt[3]{x}$

а) определена на всей числовой оси;

б) возрастает на всей оси;

в) нечетная, т. е. при замене аргумента x на $(-x)$ меняется только знак: $(\sqrt[3]{-x} = -\sqrt[3]{x})$, вследствие чего график ее симметричен относительно начала координат;

г) обращается в нуль при $x = 0$.

3) Функция $y = \sqrt[3]{x^2}$

а) определена на всей числовой оси;

б) четная;

в) убывает на отрицательной полуоси и возрастает на положительной полуоси;

г) обращается в нуль при $x=0$.

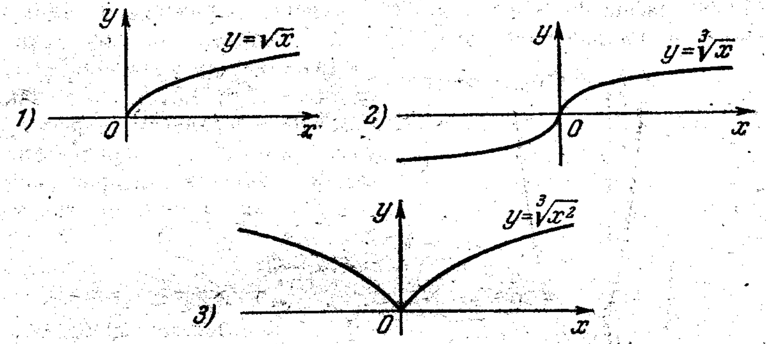

Рис. 30.

§ 53. Степенная функция с отрицательным дробным показателем

Рассмотрим функции

1) $y=x^{-\frac{1}{2}}=\frac{1}{\sqrt{x}}$; 2) $y=x^{-\frac{1}{3}}=\frac{1}{\sqrt[3]{x}}$;

3) $y=x^{-\frac{2}{3}}=\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$,

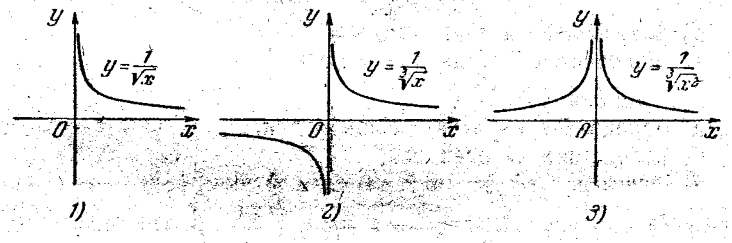

Рис. 31.

представляющие обратные величины функций, рассмотренных в предыдущем параграфе.

Графики их изображены на рис. 31.

Для всех трех функций характерно то, что ни одна из них не определена в точке $x=0$; в этой точке функции претерпевают разрыв, график каждой из двух последних состоит из двух ветвей.

Упражнения

1. Найти области определения следующих функций:

1) $y=\frac{1}{x-3}$; 2) $y=\frac{1}{x^2+3}$;

3) $y=\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$; 4) $y=\sqrt{x^2+2x}$; 5) $y=\sqrt[3]{1-x^2}$.

2. Построить графики следующих функций:

1) $y=x^2+4$; 2) $y=4-x^2$;

3) $y=(x-1)^2+3$; 4) $y=(x+1)^2-3$;

5) $y=\frac{2}{x-3}$; 6) $y=\frac{3}{4-x^2}$; 7) $y=(x+2)^3+1$.

3. Определить наибольшее значение каждой из следующих функций:

1) $y=9-x^2$; 2) $y=4x-x^2$;

3) $y=\frac{10}{2+3x^2}$; 4) $y=\sqrt{16-x^2}$.

Указание к примеру 2).

$$4x-x^2=4-(x^2-4x+4)=4-(x-2)^2;$$
$$y=4-(x-2)^2;$$

при $x=2$ функция y достигает наибольшего значения, равного 4.

4. Найти наименьшее значение каждой из функций, а также промежутки возрастания и убывания:

1) $y=3x^2+10$; 2) $y=\sqrt{2x^2+9}$; 3) $y=\sqrt{x^2+x+1}$.

5. Какая зависимость между графиками функций:

1) $y=\frac{1}{x}$ и $y=\frac{1}{x+2}$;

2) $y=x^3$ и $y=(x-1)^3$;

3) $y=x^3$ и $y=-x^3$.

6. Переменная величина y есть линейная функция аргумента x. Найти угловой коэффициент k и свободный член b, если

$$\text{при } x=2 \quad y=5,$$
$$\text{при } x=4 \quad y=8.$$

7. Зависимость между переменными y и x выражается формулой $y=ax^2+bx+c$. Определить коэффициенты a, b и c, если в точках $x=-2$; 1 и 4 функция принимает соответственно значения $y=13$; $-0,5$; -5.